International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-7| 2023 Published: |22-07-2023|

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ОБЛАДАЮЩИХ ДИХОТОМИЧЕСКИМ ПРИЗНАКОМ ПРИ ПОМОЩИ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ

https://doi.org/10.5281/zenodo.8170525

Ахмедов Сахибжон Акбарович
доцент кафедры математики
Андижанский государственнқй университет, Узбекистан,
Дадамирзаева Одинахон
таянч докторант,
Андижанский государственный университет, Узбекистан

Аннотация.

Известно, что статистический анализ экспериментальных данных осуществляются различными статистическими инструментами, среди них имеется контрольные карты Шухарта.

В данной статье для анализа данных психологических процессов строили контрольные карты типа Шухарта методом доверительных интервалов. Использование этих контрольных карт для текущего контроля интеллектуальных способностей учащихся оповещают, например, обоснованность перехода на новый метод обучения.

Ключевые слова

Психологический процесс с дихотомическим признаком, контрольные карты, анализ IQ тестирования.

Annotation. *It is known that statistical analysis of experimental data is carried out by various statistical tools, among them there are Shuhart control maps.*

In this article, to analyze the data of psychological processes, control maps of the Shuhart type were built by the method of confidence intervals. The use of these control cards for the current control of students' intellectual abilities informs, for example, the validity of the transition to a new teaching method.

Keywords. *Psychological process with a dichotomous feature, control cards, IQ testing analysis.*

Введение.

Исследования над психологическими процессами базируется на некоторых конкретных измерениях некоторого измеряемого признака, В статье мы рассмотрим, когда измеряемый признак принимает только два значения. Это частный случай шкалы наименований - дихотомическая шкала . Здесь используя значения этих измерений, прогнозируют вероятности двух взаимно исключающих событий.

Психолог исследователь на основе полученных статистических выводов пытается обосновать правильность используемых методик и приемов, например, проверяет однородность двух выборок из респондентов относительного некоторого свойства, строить прогнозы психологического поведения респондентов. Мы здесь из группы таких проблем выбираем тех, которые поддаются изучению с помощью статистического инструмента, так называемый контрольные карты (КК) [1;2]. При формулировке наших результатов мы опираемся ниже приводимой проблеме, которая больше всего нас интересует. Здесь исследование респондентов проводится по тестовой методике. Мы используя интеллектуальные тесты (IQ) респондентов разделим на две части в зависимости от того решил тест (событие A) или не решил (событие $\bar{A}$). Исследуя, одну или две группы респондентов из полученных экспериментальных данных, проверим последовательно гипотез при помощи КК. Эти КК выполняя функции традиционного подхода проверки статистических гипотез дополнительно анализирует ход эксперимента и непрерывно улучшает психологический процесс. Решение нашей проблемы опирается в следующие гипотезы:

H_0: $p = p_0$; H_1: $p < p_0$, (1)

где $p = P(A)$, $p_0 -$ ожидемая вероятность, например, $p_0 \epsilon (0{,}4; 0{,}6)$.

В случае, когда мы имеем две группы респондентов мы выдвигаем гипотезу однородности:

H_0: $p_1 = p_2 = p_0$; H_1: $p_1 < p_2$ или H_1: $p_1 > p_2$, (2)

где p_1 и p_2 вероятность события A соответсвенно для первой и второй группы респондентов.

Статистические методы анализа данных это лишь инструменты психологических исследований. Адекватность статистических выводов завысить из правильной подстановки задачи, детального планирования эксперимента, от выбора непротиворечивых гипотез и метода исследования (см., например [3 – 9]). При этом важным является выбор конкретного статистического инструмента.

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-7| 2023 Published: |22-07-2023|

По имеющимся литературам изучение педагогика-психологических процессов при помощи КК Шухарта , например, рассматривались в работах [10,11]. Наши КК построены методом доверительных интервалов [1] и в следующем пункте мы кратко опишем методику построения КК и возможные их функций этих карт.

Методы.

Во введении мы питались объяснить функции КК и о полезности этого статистического инструмента. Но не объяснили, как этот инструмент строится и как она работает. Здесь мы коротко раскроем этих вопросов, ориентируясь решению поставленных задач. Подробно об этом можно узнать, например, в работах [1, 2, 10, 11].

Пусть измеряемый признак X определяет возможные значения исследуемого свойства психологического процесса. Для наших задач $X = 1$, если произошло событие A и $X = 0$ если событие $\bar{A}$. Проводя IQ тесты n раз мы получаем выборку $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, где

$$X_i = \begin{cases} 1, \text{ если } \text{ A произошло;} \\ 0, \text{ если } \bar{\text{A}} \text{ произошло,} \end{cases} i = \overline{1, n}.$$

Пусть $g(X)$означает статистику определяющее качество эксперимента. На оси Ox отметим точки взятия выборок, а на оси Oy отметим значения статистики $g(X)$. Находим на плоскости этих пар точек и присоединяем отрезками. В итоге получаем диаграмму хода эксперимента.

При известном распределении или предельном распределении статистики $g(X)$ при помощи этих диаграмм можно повторно проверить следующих гипотез

H_0: Психологический процесс статистически подконтролен;H_1: Психологический процесс статистически неподконтролен (см.[1]).

Для этого нам еще нужно определить две или три линии параллельные к оси Ox: UCL −верхняя контрольная граница $g(X)$; LCL −нижняя контрольная граница $g(X)$; CL −средняя линия $g(X)$.

Сколько линий будет, для конкретной задачи зависит от гипотезы H_1. Определение UCL и LCL при известном распределении или предельной распределении определяется и з следующего уравнения (см. [1]):

$$P\{g(X) \notin (LCL; UCL)\} = \alpha,$$

где α ошибка первого рада, т.е. уровень значимости критерия $g(X)$. Изображая выше сказанных на плоскости мы получаем КК Шухарта для $g(X)$, например, в следующем виде(рис. 1):

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-7| 2023 Published: |22-07-2023|

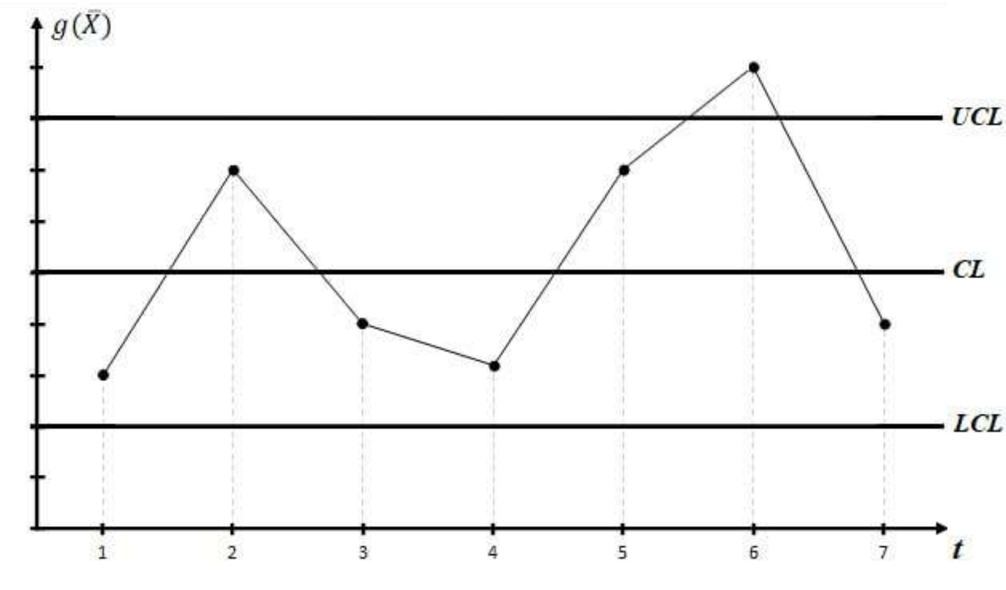

Рис. 1. КК Шухарта для $g(X)$

Как отметили один из функций КК это повторная проверка гипотез H_0 и H_1. Поэтому, если в диаграмме имеет место соотношение $g(X) \in (LCL; UCL)$, то принимается H_0, а в противном случае H_1. С другой стороны диаграмму можно принимать как документ о ходе проведенного эксперимента. Исследователь психолог имея КК может улучшить процесс, исправляя свои ошибки при планировании и проведении эксперимента. Если это не поможет, то следует менять метод исследования. Одним словом КК это «голос» психологического процесса.

Если вернемся к гипотезам (1) и (2) во введении статьи, то при построении КК для повторной проверки этих гипотез можно предварительно сказать следующих высказываний. При гипотезе (1) используем биномиальный критерий и строим КК с LCL и CL. При гипотезе (2) используем нормальный критерий и строим КК с CL; LCL или CL, UCL. При нахождении LCL или UCL, мы далее, используем распределения статистики $g(X)$ (или предельное) и их квантили.

Результаты.

1) <u>КК основанные на биномиальный критерий.</u>

Пусть производятся, n независимых испытаний и при каждом испытании осуществляется, некоторое событие A и $\bar{A}$. Причем $p = p(A)$, $q = 1 - p$, $p \in (0, 1)$.

Если мы проводим IQ тесты среди k респондентов и в каждом тесте l вопросов, то при этом число испытаний $n = k \cdot l$ и желательно, что $p\epsilon(0{,}4; 0{,}6)$. Здесь $A -$ респондент решил тест, $\bar{A} -$ респондент не решил тест.

При построении КК рассмотрим два случая а) $n < 30$; б) $n \geq 30$. В зависимости от конкретной задачи мы рассмотрим проверку следующих гипотез:

$$H_0\colon\ p = p_0; \qquad\qquad H_0\colon\ p = p_0;$$
$$H_1^{+}\colon\ p > p_0, \quad \text{или} \quad H_1^{-}\colon\ p < p_0.$$

Для интересующего нас задачи о IQ тестировании подходить пара гипотез $(H_0;\ \ H_1^{-})$, с $p_0\epsilon(0{,}4; 0{,}5)$.

Здесь мы построим КК для всех рассматриваемых случаев.

а) $n < 30$. Пусть числа p_0 и n заданы и $\alpha = 0{,}01$.

Теорема 1. Пусть верно гипотеза H_0. Тогда

1) $UCL_S = S_{\text{кр}}(p_0; n; 0{,}01)$, если $(H_0;\ \ H_1^{+})$;

2) $LCL_S = S_{\text{кр}}(p_0; n; 0{,}01)$, если $(H_0;\ \ H_1^{-})$,

где $S = X_1 + \cdots + X_n = m -$число появления события A,

$$X_i = \begin{cases} 1, \text{ если } \ \mathrm{A} \text{ произошло;} \\ 0, \text{ если } \ \bar{\mathrm{A}} \text{ произошло,} \end{cases} i = \overline{1, n},$$

$S_{\text{кр}} -$ находим из таблицы квантилей биномиального закона.

Следствие 1. Если $(H_0;\ \ H_1^{+})$ и $S < UCL_S$ то верно гипотеза H_0;

Если $(H_0;\ \ H_1^{-})$ и $S > LCL_S$ то верно гипотеза H_0.

Замечание. Диаграмму определяющее при помощи теоремы 1 и следствием 1 назовём КК-S. При этом если , $p_0\epsilon(0{,}4; 0{,}6)$, то $CL_S = \frac{n}{2}$ для случая $p_0 = 0{,}5$.

Если в течении определенного времени провели $t = 5$ раз тестирование по IQ, то, например, КК выглядит следующей диаграммой(рис 2.).

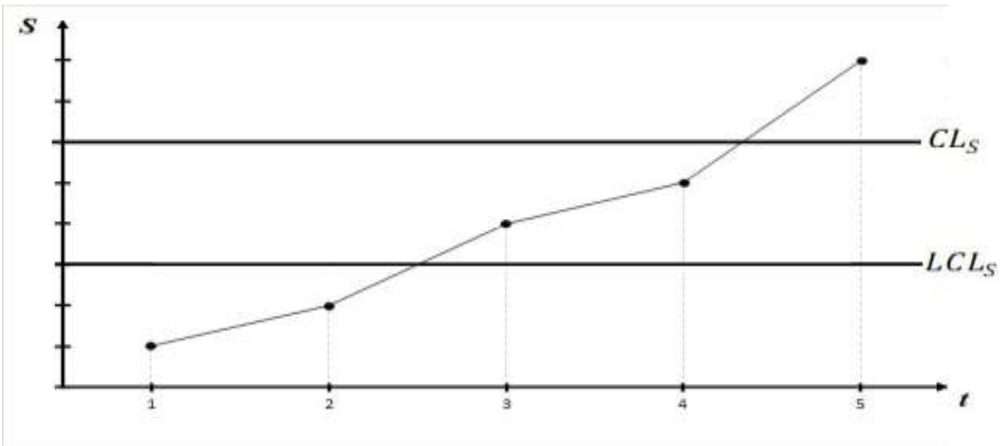

Рис 2. КК для задачи $(H_0;\ \ H_1^{-})$.

Из диаграммы заключаем, что при первых двух тестировании результат неудовлетворительно (верно гипотеза H_1^-), а в последующих трех испытаниях приближаемся к CL_S (верно гипотеза H_0).

Продолжительность действия КК зависит, например, от возраста и от класса учеников, а общее решения этой задачи зависит от функции мощности рассматриваемой КК.

б) $n \geq 30$. Пусть числа p_0 и n заданы и $\alpha = 0{,}01$.

Теорема 2. I) Пусть верно H_0 и $np_0(1-p_0) < 9$. Тогда

1) $USL_S = 2{,}32\sqrt{np_0(1-p_0)} + np_0$, если $(H_0;\ H_1^+)$;

2) $LSL_S = 2{,}32\sqrt{np_0(1-p_0)} + np_0$, $(H_0;\ H_1^-)$.

II) Пусть верно H_0 и $np_0(1-p_0) \geq 9$. Тогда

1) $UCL_S = 2{,}32\sqrt{np_0(1-p_0)} + np_0 - \frac{1}{2}$, если $(H_0;\ H_1^+)$;

2) $LCL_S = 2{,}32\sqrt{np_0(1-p_0)} + np_0 - \frac{1}{2}$, если $(H_0;\ H_1^-)$.

Следствие 2. Если $(H_0;\ H_1^+)$ и $np_0(1-p_0) < 9$, тогда при выполнении соотношения $S < USL_S$ $(S > LSL_S)$ верно гипотеза H_0. Если $(H_0;\ H_1^-)$ и $np_0(1-p_0) \geq 9$, тогда при выполнении соотношения $S < USL_S$ $(S > LSL_S)$ верно гипотеза H_0.

КК в случае $n \geq 30$ строится подобно к рис.2.

При доказательстве теорем мы используем метод доверительных интервалов для определения LSL_S и USL_S. При этом используем предельное распределение (при $n \geq 30$) и биномиальное распределения (при $n < 30$) для величины $g(X) = S$ (см. например, [1 ; 8]).

2) КК основанные критерий хи квадрат

Пусть осуществлено две независимых испытаний состоящих, из n_1 и n_2 наблюдений и переменные признаки X и Y принимает два значения 1 или 0 в зависимость появления события A или $\bar{A}$, $\underline{v}_1 = (v_{11}, v_{12})$ и $\underline{v}_2 = (v_{12}, v_{22})$ – частоты, соответственно, исходов первой и второй группы наблюдений, а , $p_1 = (p_{11}, p_{12})$, $p_2 = (p_{21}, p_{22})$ их вероятности. Тогда гипотез однородности можно написать следующим образом:

$$H_0:\ p_{11} = p_{21} = p_1;\ p_{12} = p_{22} = p_2\ \ (p_1 + p_2 = 1). \qquad (3)$$

Гипотеза однородности (3) есть утверждение, что событие A имеет во всех испытаниях одну и ту же вероятность реализации p. Оценкой p является относительная частота появления события A во всей совокупности данных:

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-7| 2023 Published: |22-07-2023|

$$\hat{p} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{2} v_{i1}; \quad n = n_1 + n_2; \quad \hat{q} = 1 - \hat{p},$$

и тестовая статистика критерия однородности хи-квадрат имеет вид [12]:

$$\hat{\chi}^2_{n_1,n_2} = \frac{1}{\hat{p}\hat{q}}\sum_{i=1}^{2} \frac{{v_{i1}}^2}{n_i} - n\frac{\hat{p}}{\hat{q}},$$

Предельное распределение $\hat{\chi}^2_{n_1,n_2}$ при верности H_0 $n \to \infty$ имеет распределение хи-квадрат с одной степени свободы. При этом критическая область критерия:

$\{\hat{\chi}^2_{n_1,n_2} > \chi^2_{1-\alpha,1}\}$.

Берем в качестве контрольной величины

$$g(X,Y) = \sum_{i=1}^{2} \frac{{v_{i1}}^2}{n_i}$$

и построим КК- χ^2.

Пусть $\alpha = 0{,}01$ и верно гипотеза однородности (3). Построим доверительный интервал для $g(X)$ с доверительной вероятности $1 - \alpha = 0{,}99$.

Имеем

$P\left(\hat{\chi}^2_{n_1,n_2} > \chi^2_{0{,}99;\,1}\right) = 0{,}99$.

Преобразуем неравенство, в скобке имея в виду, что $\chi^2_{0{,}99;\,1}$=0,00016. Тогда

$$\frac{1}{\hat{p}\hat{q}}\, g(X,Y) - n\frac{\hat{p}}{\hat{q}} < 0{,}00016,$$

$$g(X,Y) < 0{,}00016\hat{p}\hat{q} + n\hat{p}^2.$$

Следовательно

$$P(g(X,Y) < 0{,}00016\hat{p}\hat{q} + n\hat{p}^2) = 0{,}99.$$

Отсюда по методу нахождения границ КК получаем следующее утверждение:

Теорема 3. Пусть $\alpha = 0{,}01$ и верно гипотеза H_0. Тогда

$$UCL_{\chi^2} = 0{,}00016\hat{p}\hat{q} + n\hat{p}^2.$$

Следствие 3. Если для данных выборок имеет место неравенство

$g(X,Y) < UCL_{\chi^2}$,

то верно гипотеза однородности.

Замечание. Аналогичных КК можно построить и в случае, когда мы имеем более два независимых друг от друга выборок.

Обсуждение.

Традиционный статистический анализ экспериментальных данных психологических процессов осуществляются проверкой статистических гипотез в начале и конце эксперимента с $\alpha = 0{,}05$ и $\alpha = 0{,}01$.

Метод КК при решении этой задачи охватывает, и промежуточные эксперименты при этом требует продолжительность экспериментов для постоянного улучшения процесса. Этот метод является общим языком для различных исследователей. Диаграммы КК показывают ход эксперимента, сильных и слабых сторон психологического метода. Проводя многократные эксперименты по диаграмме КК можно определить возможных выхода процесса из стабильного состояния. Это помогает быстро исправить процесс.

Интересующей нас проблеме мы хотим обосновать к переходу на новый метод обучения. Возникает вопрос: «Хватает ли интеллектуальных способностей наших учеников для освоения материалов по этой программе?». Один из путей решения этого вопроса метод тестирования по IQ. Естественно тестирование IQ учеников по различным районам отличаются. Для начала мы должны проверить гипотезы $(H_0;\ H_1^-)$ и приблизительно оценить p_0. Пусть $p_0 \in (0{,}4; 0{,}6)$ достаточно для начала работы. Это можно проверить, проводя несколько раз тестирование и построив S −КК.

Результат будет хорошим, если в КК значения контрольной величины стабилизируются около CL_S.

Далее для получения требуемых результатов нужно проверить гипотезу однородности. Для этого приводя, тестирование одновременно по всем районам нужно построить КК- χ^2. Например, используя, теорему 3 мы можем,построить карту следующего вида (рис 3).

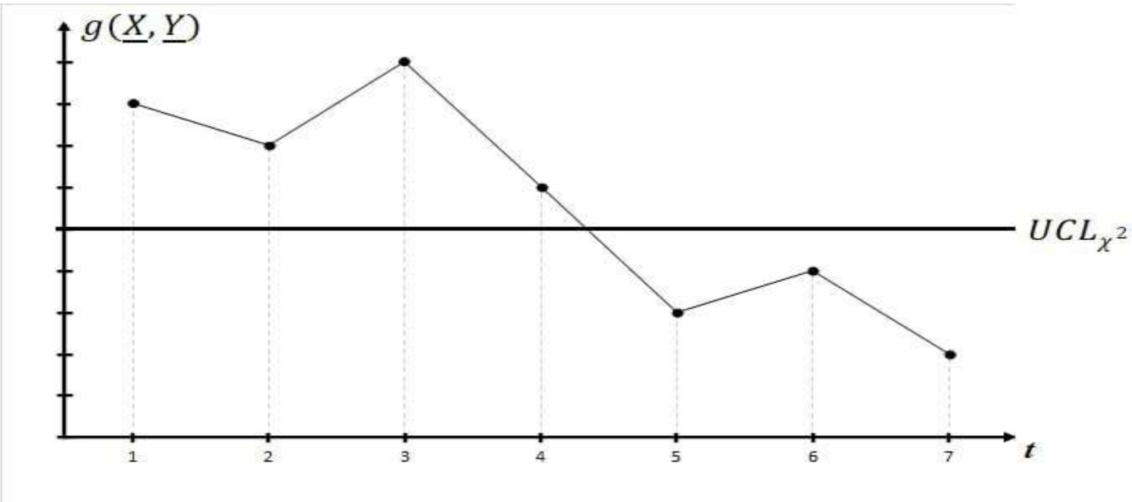

Рис 3. КК-χ^2

Из диаграммы видим, что в моментах $t = 1, 2, 3,4$ тестирования гипотеза однородности (3) не выполняются, а в моментах $t = 5, 6, 7$ (3) выполняются. Значить в первых четырёх моментах переход на новый метод обучения нежелательно и ожидание выполнения гипотезы (3) требует некоторое время.

По нашему мнению сначала по всем районам проводя эксперименты нужно построить S –КК, при этом к вероятности p_0 налагать, например, условие $p_0 \in (0,4; 0,6)$. Если КК показывают, этот результат следует, начать новый метод обучения.

ЛИТЕРАТУРА:

1.Миттаг Й., Ринне Х. Статистические методы обеспечения качества. М..: «Машиностроение», 1995.

2.Уилер Д, Чамберс Д. Статистическое управление процессами. Оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта М.:Альпина бизнес букс, 2009.

3.Гласс Дж., Стенли Дж. Статистические методы в педагогике и психологии Изд «Прогресс» М.: 1976.

4.Сидеренко Е.В. Методы математической обработки в психологии. С.-Пб. Речь,2003.

5.Наследов А.Д. Математические методы психологического исследования. Уч. Пособие. Речь. С.-Пб., 2004.

6.Howitt D., Cramer D. Introduction to statistics in psychology. L.: Financial Times, 2008.

7.Лупадин В.И. Математические методы в психологии. Учеб. Пособие, Е.: 2009

8.Романенко В.К. Статистический анализ данных в психологии. М.: Бином, 2015.

9.Кричевец А.Н., Корнеев А.А., Рассказова Е.И. Основы статистики для психологов. М.: Акрополь, 2019.

10.Солонин С, И. Метод контрольных карт Е.: Ур ФУ, 2014.

11.Адлер Ю.П., Максимова О. В., Шпер В.А Контрольные карты Шухарта в России и за рубежом: краткий обзор современного состояния. Стандарты и качества № 8, 2011,с.1-40.

12.Ивченко Г,И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику Учебник. М.: Из-во ЛКИ, 2010.