

**ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ БИР ЖИНСЛИ БЎЛМАГАН БУЗИЛАДИГАН БИР  
ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН ИККИ НУҚТАЛИ 2-  
ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛАНИ БИЦАДЗЕ-САМАРСКИЙ УСУЛИ БИЛАН  
ЕЧИШ**

<https://doi.org/10.5281/zenodo.10054344>

**Д.У.Жўраева**

ТАТУ Фарғона филиали

**Масаланинг кўйилиши.** Кўйидаги

$$y'' + \frac{2\gamma}{x} y' + \lambda y = f(x), \quad x \in (0, p) \quad (1)$$

дифференциал тенгламани ва

$$y(0) = 0, \quad y(p) = k \cdot y(\xi) \quad (2)$$

бир жинсли чегаравий шартларни каноатлантирувчи  $y(x) \in C[0, p]$  функция топилсин, бу ерда  $\xi$  - берилган сон бўлиб,  $0 < \xi < 1$ .

**Теорема.** Агар  $-\frac{1}{2} < \gamma < \frac{1}{2}$ ,  $\lambda > 0$ ,  $J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}p) \neq 0$  бўлса, у ҳолда  $\{(1),(2)\}$  масаланинг ечими мавжуд ва ягона бўлади.

Исбот. (1) тенгламага мос бир жинсли

$$(x^{2\gamma} y')' + \lambda x^{2\gamma} y = 0 \quad (1')$$

кўринишдаги тенгламанинг умумий ечими

$$y(x) = C_1 x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) + C_2 x^{\frac{1}{2}+\gamma} J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}x). \quad (3)$$

кўринишда топилади.

Энди (1) тенгламанинг умумий ечимини топиш билан шуғулланамиз. Бунинг учун (3) ифодадаги  $C_1$  ва  $C_2$  ўзгармасларни  $x$  ўзгарувчиларга боғлиқ функция деб ҳисоблаб уни

$$y(x) = C_1(x) x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) + C_2(x) x^{\frac{1}{2}+\gamma} J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}x) \quad (4)$$

кўринишда ёзиб оламиз.  $C_1'(x)$  ва  $C_2'(x)$  ларга нисбатан

$$\begin{cases} C_1'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) + C_2'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}x) = 0 \\ C_1'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{-1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) + C_2'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{\gamma+1/2}(\sqrt{\lambda}x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} f(x) \end{cases}$$

чизиқли тенгламалар системасини ҳосил қиламиз. Бу ердан  $C_1'(x)$  ва  $C_2'(x)$  ларни бир қийматли топиб, уларни  $[0; x]$  сегментда интеграллаб

$$C_1(x) = \frac{\pi}{2 \cos \gamma \pi} \int_0^x t^{\gamma+1/2} J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}t) f(t) dt + C_1,$$

$$C_2(x) = \frac{\pi}{2 \cos \gamma \pi} \int_0^x t^{\gamma+1/2} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}t) f(t) dt + C_2$$

ларни топамиз. Буларни (4) га олиб бориб қўйиб

$$\begin{aligned} y(x) &= C_1 x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) + C_2 x^{\frac{1}{2}-\gamma} J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}x) + \\ &+ \frac{\pi x^{1/2-\gamma}}{2 \cos \gamma \pi} \int_0^x \left[ J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}t) - J_{\gamma-1/2}(\sqrt{\lambda}x) J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}t) \right] t^{1/2+\gamma} f(t) dt \quad (5) \end{aligned}$$

(1) тенгламанинг умумий ечимини ҳосил қиламиз. (5) ечимни (2) шартларга бўйсиндириб, (1) тенгламанинг (2) шартларини каноатлантирувчи  $k=1$  бўлгандаги ечимига ега бўламиз.

$$\begin{aligned} y(x) &= \frac{x^{\frac{1}{2}-\gamma}}{p^{\frac{1}{2}-\gamma} - \xi^{\frac{1}{2}-\gamma}} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) \frac{\pi}{2 \cos \gamma \pi} \int_0^{\xi} \left[ G(\xi, t) \xi^{\frac{1}{2}-\gamma} - G(p, t) p^{\frac{1}{2}-\gamma} \right] t^{\frac{1}{2}-\gamma} f(t) dt - \\ &- \frac{(px)^{\frac{1}{2}-\gamma}}{p^{\frac{1}{2}-\gamma} - \xi^{\frac{1}{2}-\gamma}} J_{1/2-\gamma}(\sqrt{\lambda}x) \frac{\pi}{2 \cos \gamma \pi} \int_{\xi}^p G(p, t) t^{\frac{1}{2}+\gamma} f(t) dt + \frac{\pi x^{\frac{1}{2}-\gamma}}{2 \cos \gamma \pi} \int_0^x G(x, t) t^{\frac{1}{2}+\gamma} f(t) dt \end{aligned}$$

теорема исботланди.

### ФҲЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Ж.Н.Ватсон. Теория бесселовых функции. -Т. 1. -М.: Изд. ИЛ, 1949. -798 с.
2. Н.Лебедев. Специальные функции и их приложения. -Москва, 1963. - 359 с.

3. А.Қ.Ўринов. Махсус функциялар ва махсус операторлар. –Фарғона, 2012. -112 б.

4. Маниёзов, О. (2023, October). ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ПРИ РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

19. Маниёзов, О. (2023, October). НЕТРАДИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ПРИМЕРОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

20. Маниёзов, О. (2023, October). РАСШИРЕНИЕ ФУНКЦИЙ В MATLAB. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions"..

Сатволдиев, И. (2023, October). Расчет основных параметров приемников оптического излучения для создания оптрона открытого канала. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

21. Сатволдиев, И. А. (2023). Применение современных лазерных диодов для создания оптрона открытого канала. International journal of advanced research in education, technology and management, 2(10).

22. Rahimov, N. R., ZHmud, V. A., Trushin, V. A., Reva, I. L., & Satvoldiev, I. A. (2015). Optoelectronic Measurement and Control of Technological Parameters of Crude Oil and Petroleum Products. Automatics & Software Enginery, (2), 12.

23. Рахимов, Н. Р., & Сатволдиев, И. А. (2010). Применение современных лазерных диодов для создания оптрона открытого канала. Интерэкспо Гео-Сибирь, 5(1), 67-70.

24. Толипов, Н. (2023, October). Изучение применения комплексных чисел в технике и технологиях с использованием maple и mathcad. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

25. Толипов, Н. (2023, October). Педагогические методы и технологии в обучении математике. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

26. Толипов, Н. (2023, October). Направления, которые играют ключевую роль в повышении рейтинга высшего образования. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

27. Насриддинов, О. У. (2023, October). Численное решение дифференциальных уравнений в maple методом рунге-кутты. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

28. Насриддинов, О. (2023, October). Решение физической задачи с дифференциальным уравнением в программе maple. In *Conference on Digital Innovation: "Modern Problems and Solutions"*.

29. Насриддинов, О. (2023, October). Исследование аналитических и численных решений дифференциальных уравнений в символьном пакете maple. In *Conference on Digital Innovation: "Modern Problems and Solutions"*.

30. Saidov, M. (2023). Aralash parabolik tenglama uchun integral shartli masala. *Research and implementation, 1(6), 62-67.*

31. Saidov, M. (2023). Aralash tipdagi tenglama uchun bitta siljishli masala yechimini yagonaligi haqida. *Research and implementation, 1(5), 37-40.*

32. Saidov, M. (2023). Normal shakllar. mukammal normal shakllar. *Research and implementation.*