

ЮҚОРИ ДАРАЖАЛИ ТЕНГЛАМАЛАРНИ ФУНКЦИЯЛАРНИНГ ҲОСИЛАЛАРИ ЁРДАМИДА ЕЧИШ.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.10119516>

Комилжон Кодиров

Фаргона давлат университети доценти

kkodirov65@mail.ru

Шахризода Абдурахмонова

Фаргона давлат университети талабаси

shaxrizoda@mail.ru

Ўқувчилар томонидан математикани чуқурроқ ўрганиш, олимпиада масалаларини ечиш жараёнларида кўпинча, юқори даражали тенгламалар ва уларни тригонометрик функциялар ёрдамида ечиладиган тенгламаларга дуч келинади. Бундан ташқари, турли хил амалий масалаларни ечиш ҳам шу каби тенгламаларни ечишга олиб келади. Умумий ўрта таълим мактаблари дастурида бундай усуллар орқали ечишга оид мавзуларга етарли даражада маълумотлар киритилмаган.

Юқори таъкидлаб ўтилган тенгламаларнинг фақат алоҳида турлари учун ечиш усуллари мавжуд [1-4].

Ушбу мақолада юқори даражали тенгламаларни, уларга мос функцияларнинг экстремумлари, ўсиш ва камайиш оралиқларини топиш, яъни дифференциал ҳисоб тадбиқлари ёрдамида, тригонометрик функциялар орқали белгилашлар билан, содда тригонометрик тенгламаларни ечишга олиб келиш мумкин.

Маълумки функцияларнинг монотонлик оралиқларини ва экстремумлари топиш масаласи, бевосита уларнинг ҳосилалари ёрдамида аниқланади: Агар бирор оралиқда дифференциалланувчи функция, ўсувчи ёки камаювчи бўлса, у ҳолда функция бу оралиқда функциянинг ҳосиласи мос равишда мусбат ёки манфий бўлади. Бундан ташқари, агар x_0 нукта $y = f(x)$ функциянинг критик нуктаси бўлиб, ундан ўтишда (чапдан ўнга) ишорасини ўзгартирса, у ҳолда x_0 нукта бу функциянинг экстремум нуктаси бўлади, яъни "+"дан "-"га ўзгарса *max*, "-"дан "+"га ўзгарса *min* нуктаси бўлади.

Бундай усулни айрим мисоллар орқали келтириб ўтамыз:

1-мисол. $x^3 - 3x + 1 = 0$ тенгламани ечинг.

Ечиш: Тенгламани ечиш учун, унинг чап томонидаги кўпхадни, куйидаги функция кўринишда белгилаб оламиз: $f(x) = x^3 - 3x + 1$ ва унинг ҳосиласи ёрдамида, ушбу кўпхадни илдизлар сонини ва уларни тахминий жойлашув нукталарини аниқлаймиз. Бунинг учун, функциядан ҳосила оламиз ва критик нукталарини топамиз:

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$ бундан эса, $x^2 - 1 = 0$ ёки $x = -1$ ва $x = 1$ экан. Функция ва унинг ҳосиласи бутун ҳақиқий сонлар тўпламида аниқланган. Демак, бу нукталар функциянинг экстремум нукталари. Шунингдек, $x = -1$ нуктадан ўтишда функция ҳосиласининг ишораси "+"дан "-"га ўзгаришти, демак у максимум нуктаси, $x = 1$ нуктадан ўтишда эса, "-"дан "+"га ўзгаришти, демак бу нукта минимум нуктаси бўлади. Бундан ташқари, функция ҳосиласи $x = -1$ нуктадан чапда мусбат, масалан $3t = -\frac{3}{2}$, демак ўсувчи, ўнгда эса манфий масалан, $f'(0) < 0$, демак камаювчи экан. Ҳудди шундай, функция ҳосиласи $x = 1$ нуктадан чапда манфий, демак камаювчи, ўнгда эса мусбат, масалан $f'(2) > 0$, демак ўсувчи бўлади. Ўз навбатида функциянинг $x = -1$ нуктадаги максимум қийматини топиш мумкин ва у юқори ярим текислигида, $x = 1$ нуктадаги қиймати (минимум) эса куйи ярим текислигида жойлашган. Шу билан бирга, функциянинг $x = -2$ нуктадаги қиймати манфий, демак ох ўқини $(-2; -1)$ ораликда кесиб ўтаяпти, демак бу ораликда кўпхадни илдизларидан бири мавжуд. Ҳудди шундай, $x = -1$ да мусбат, $x = 1$ да эса, манфий ва $x = 2$ да мусбат эканлигидан, $(-1; 1)$ ва $(1; 2)$ ораликликларда, яна иккита ечим мавжудлигини аниқладик. Демак $(-2; 2)$ ораликда берилган кўпхаднинг учта илдизлари мавжуд экан.

Энди берилган тенгламани ечиш учун, тригонометрик функциялар орқали белгилаш киритишимиз мумкин, масалан: $x = 2\sin t$ бу ерда $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$. Бу ораликда $\sin t$ нинг қийматлари $(-1; 1)$ дан иборат, у ҳолда $2\sin t$ нинг қийматлари эса, $(-2; 2)$ эканлигига эга бўламиз. Юқоридаги белгилашни амалга ошириб,

$$(2\sin t)^3 - 3 \cdot 2\sin t + 1 = 0 \text{ ёки}$$

$$3\sin t - 4\sin^3 t + 1 = 0 \tag{1}$$

тригонометрик тенгламани ҳосил қиламиз. Ҳосил бўлган тенгламани ечиш учун, дастлаб куйидаги тенгликни исботлаймиз:

$$3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha + 1 = \sin 3\alpha$$

Исбот: $\sin 3\alpha = \sin(2\alpha + \alpha) = \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha =$

$$= 2\sin \alpha \cos^2 \alpha + (1 - 2\sin^2 \alpha) \sin \alpha =$$

$$= 2\sin \alpha - 2\sin^3 \alpha + \sin \alpha - 2\sin^3 \alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

Исбот этилган тенгликни (1) тенгламага олиб бориб кўямиз ва куйидаги

тенгламани хосил қиламиз: $\sin 3t - \frac{1}{2} = 0$ ёки $\sin 3t = \frac{1}{2}$, бу ерда $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ ёки

$-\frac{3\pi}{2} \leq 3t \leq \frac{3\pi}{2}$. Ушбу ораликда $\sin 3t = \frac{1}{2}$ тенгламани ечимлари:

$$\begin{cases} t = -\frac{7\pi}{18} \\ t = \frac{\pi}{18} \\ t = \frac{5\pi}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\sin(-\frac{7\pi}{18}) \\ x = 2\sin \frac{\pi}{18} \\ x = 2\sin \frac{5\pi}{18} \end{cases}$$

ёки

$$\begin{cases} t = -\frac{7\pi}{18} \\ t = \frac{\pi}{18} \\ t = \frac{5\pi}{18} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\sin(-\frac{7\pi}{18}) \\ x = 2\sin \frac{\pi}{18} \\ x = 2\sin \frac{5\pi}{18} \end{cases}$$

АДАБИЁТЛАР:

1. Raximovich K. K. et al. Methods of Formation of Thinking Activities of High School Students //CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. – 2022. – Т. 3. – №. 6. – С. 22-24.

2. Raximovich K. K., Shokirjon o'g'li T. T. OJ-ALGEBRA OF MEASURABLE ELEMENTS WITH RESPECT TO A SUBADDITIVE MEASURE ON JORDAN ALGEBRAS //European Journal of Interdisciplinary Research and Development. – 2022. – Т. 4. – С. 19-21.

3. Raximovich K. K. et al. Methods of Formation of Thinking Activities of High School Students //CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. – 2022. – Т. 3. – №. 6. – С. 22-24.

4. Raximovich K. K., Shokirjon o'g'li T. T. OJ-ALGEBRA OF MEASURABLE ELEMENTS WITH RESPECT TO A SUBADDITIVE MEASURE ON

JORDAN ALGEBRAS //European Journal of Interdisciplinary Research and Development. – 2022. – Т. 4. – С. 19-21.

5. Kodirov K. R., Nishonbaev A. S. On the scientific basis of forming students' logical competence //ACADEMICIA: An International Multidisciplinary Research Journal. – 2021. – Т. 11. – №. 3. – С. 123-128.

6. Raximovich K. K. et al. Some Methods for Solving Fourth-Order Equations //International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology. – 2022. – Т. 2. – №. 4. – С. 127-130.

7. Кодиров К. Р., Тухтасинов Т. Ш., Йўлдошали Й. У. Связь топологии сходимости по мере на алгебрах Фон Неймана //Вестник магистратуры. – 2021. – С. 7.

8. Kodirov K. R. et al. COMPETENCE-BASED APPROACH IN TEACHING SOME ELEMENTS OF MATHEMATICS LESSON DESIGN METHODOLOGY //Scientific Bulletin of Namangan State University. – 2020. – Т. 2. – №. 9. – С. 390-394.

9. Raximovich K. K. et al. Methods of Formation of Thinking Activities of High School Students //CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. – 2022. – Т. 3. – №. 6. – С. 22-24.

10. Кодиров К., Йигиталиев Й. ФИНАНСОВАЯ ГРАМОТНОСТЬ С ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКОЙ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 435-438.

11. Кодиров К., Йигиталиев Й. -ИЗМЕРИМЫЕ ОПЕРАТОРЫ НА-АЛГЕБРАХ //Экономика и социум. – 2020. – №. 1. – С. 485-490.

12. Кодиров К., Йигиталиев Й. МАТЕМАТИКА С ИГРАМИ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 439-441.

13. Кодиров К., Йигиталиев Й. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 428-430.

14. Кодиров К., Йигиталиев Й. МАТЕМАТИКА ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 442-444.

15. Kodirov K. R., Nishonbaev A. S. A n I nternational M ultidisciplinary R esearch J ournal.

16. Komiljon K., Yuldoshali Y. Subadditive measure on projectors of von neumann algebra //International Journal on Integrated Education. – Т. 3. – №. 1. – С. 26-28.

17. Komiljon K., Yuldoshali Y., Begzod S. Communication of sab additive measures on Jordan banach algebra //International Journal on Integrated Education. – Т. 3. – №. 1. – С. 29-31.

18. Кодиров К. Р., Тухтасинов Т. Ш., Йўлдошали Й. У. Связь топологии сходимости по мере на алгебрах Фон Неймана //Вестник магистратуры. – 2021. – С. 7.

19. Кодиров К., Йигиталиев Й. Топология сходимости по мере на алгебрах //Экономика и социум. – 2020. – №. 1. – С. 491-495.

20. Кодиров К., Йигиталиев Й. Инновационный метод обучения высшей математике //Экономика и социум. – 2020. – №. 4. – С. 71.

21. Zhuraev, O. (2023). DEVELOPMENT OF ICT COMPETENCE OF PRIMARY SCHOOL TEACHERS IN THE PROCESS OF CONTINUING EDUCATION. Science and innovation, 2(B4), 48-53.