International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-6| 2023 Published: |22-06-2023|

UDK 514.01

AYQASH TO'G'RI CHIZIQLAR ORASIDAGI MASOFANI TOPPISH USULLARI

https://doi.org/10.5281/zenodo.8031257

Boboxonova Go'zal
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti
Matematika fakulteti 3-kurs talabasi
Umirzoqova Iroda
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti
Matematika fakulteti 3-kurs talabasi
Raupova Sabina
Sharof Rashidov nomidagi Samarqand Davlat Universiteti
Matematika fakulteti 3-kurs talabasi
e-mail: boboxonova-guzal@samdu.uz[1], umirzoqova-iroda@samdu.uz[2], raupovasabina11@gmail.com[3]

Annotatsiya.

Ushbu maqolada umumta'lim maktab darsliklarida muammoli masala sifatida kiritilgan va amaliyotda keng tadbiqlarga ega bo'lgan ikki ayqash to'g'ri chiziq orasidagi masofa tushunchasiga ta'rif berilgan va ushbu masofa to'g'ri prizmada joylashgan ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani topish orqali batafsil bayon etilgan.

Kalit so'zlar.

ayqash to'g'ri chiziqlar, parallel to'g'ri chiziqlar, parallel tekisliklar, parallel to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa, parallel tekisliklar orasidagi masofa, piramida hajmi.

METHODS FOR FINDING THE DISTANCE BETWEEN SKEW LINES

Abstract.

This article describes the concept of the distance between two skew lines, which is introduced as a problematic issue in general education school textbooks and has wide applications in practice, and this distance are described in detail by finding the distance between the skew lines in a right prism.

Keywords.

skew lines, parallel straight lines, parallel planes, distance between parallel straight lines, distance between parallel planes, volume of pyramid.

International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-6| 2023 Published: |22-06-2023|

МЕТОДЫ НАХОЖДЕНИЯ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ

Аннотация.

В данной статье описывается понятие расстояния между двумя скрещивающимися прямыми и это расстояние подробно описано путем нахождения расстояния между скрещивающимися линиями в прямой призме., которое вводится как проблемный вопрос в общеобразовательных школьных учебниках и имеет широкое применение на практике, а также подробно описываются методы нахождения этого расстояния.

Ключевые слова.

скрещивающимися прямые, параллельные прямые, параллельные плоскости, расстояние между параллельными прямыми, расстояние между параллельными плоскостями, размер пирамиды.

Zamonaviy matematika darsliklarida ayqash to'g'ri chiziqlar va ular orasidagi masofani topishga keng urg'u be'rilmoqda[1]. Bunga sabab sifatida ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani topish mexanika va differensial geometriya masalalarida ko'plab uchrashi va hayotdagi tadbiqlari kengligi bilan ko'rsatish mumkin[4-5]. Shu vaqtgacha ayqash toʻgʻri chiziqlar orasidagi masofani topishning bir qancha usullari mavjud boʻlib[2], ushbu maqolada ushbu masofa to'g'ri prizmada joylashgan ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani topish orqali batafsil bayon etilgan.

Quyida ayqash to'g'ri chiziqlar va ular orasidagi masofani topishga doir ba'zi bir asosiy ta'riflar keltirilgan va yetarlicha misollar ishlab ko'rsatilgan. Dastlab ayqash to'g'ri chiziqlarga ta'rif beramiz:

1-ta'rif. Fazoda bir tekislikda yotmaydigan ikki to'g'ri chiziqlar *ayqash to'g'ri chiziqlar* deyiladi.

Ikkita ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa tushunchasini kiritishdan oldin ikkita shakl orasidagi masofa tushunchasini aniqlaymiz.

2-ta'rif. Berilgan F_1 va F_2 shakllarning ixtiyoriy $A_1 \in F_1, A_2 \in F_2$ va $B_1 \in F_1, B_2 \in F_2$ nuqtalari uchun $|A_1A_2| \leq |B_1B_2|$ tengsizlik o'rinli bo'lsa, A_1 va A_2 nuqtalar berilgan shakllarning *eng yaqin nuqtalari* deb ataladi. F_1 va F_2 *shakllar orasidagi masofa* deyilganda, ularning eng yaqin nuqtalar orasidagi masofa(agar u mavjud bo'lsa) tushuniladi.

Endi esa ikkita ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani amaliyotda topish uchun qulay bo'lgan bir qancha ta'riflarni keltiramiz:

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-6| 2023 Published: |22-06-2023|

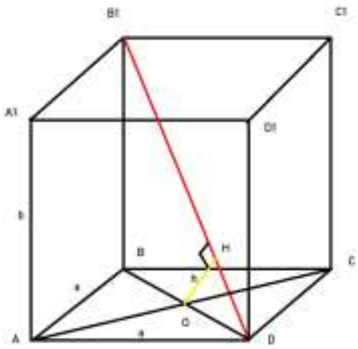
3-ta'rif. Ikki ayqash to'g'ri chiziqlarning eng yaqin nuqtalari orasidagi masofa bu to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa deyiladi.

4-ta'rif. Ikki ayqash to'g'ri chiziqlar joylashgan parallel tekisliklar orasidagi masofa bu to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa deyiladi.

5-ta'rif. Ikki ayqash to'g'ri chiziqlarning biridan ikkinchi ayqash to'g'ri chiziq yotgan parallel tekislikkacha bo'lgan masofa bu chiziqlar oraasidagi masofa deyiladi.

Quyida keltirilgan masalani bir nechta usullarda yechilish jarayonini ko'rsatamiz:

1-masala. Asosining tomoni a ga, balandligi b ga teng bo'lgan asosi kvadratdan iborat $ABCDA_1B_1C_1D_1$to'g'ri prizma berilgan. B_1D va AC chiziqlar orasidagi masofani toping.



1-rasm

Yechimi. Ma'lumki, B_1D va AC chiziqlar ayqash to'g'ri chiziqlar. Ushbu to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani topish uchun AC chiziqning O nuqtasidan B_1D to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani topishimiz yetarli(1-rasm). Buning uchun B_1BD to'g'ri burchakli uchburchakni qaraymiz:

$$BB_1 = b,\ \ BD = \sqrt{2},\ \ B_1D = \sqrt{2a^2 + b^2},\ \ OB = OD = \frac{\sqrt{2}a}{2}.$$

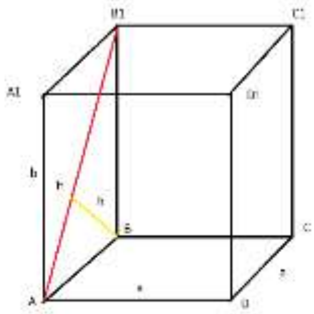
Ushbu OHD va $va\ B_1BD$ uchburchaklar o'xshash ekanligidan quyidagi tenglikka kelamiz:

$$\frac{\sqrt{2}h}{a} = \frac{b}{\sqrt{2a^2 + b^2}},\quad h = \frac{ab}{\sqrt{4a^2 + 2b^2}}.$$

Demak, B_1D va AC to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa $h = \frac{ab}{\sqrt{4a^2+2b^2}}$ ga teng.

2-masala. Asosining tomoni a ga, balandligi b ga teng bo'lgan asosi kvadratdan iborat $ABCDA_1B_1C_1D_1$to'g'ri prizma berilgan. AB_1 va BC chiziqlar orasidagi masofani toping.

Yechimi. Ma'lumki, BC bilan AB_1 ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa B nuqtadan AB_1 to'g'ri chiziqgacha bo'lgan masofaga teng. (2-rasm).



2-rasm.

Ushbu masofani topish uchun ABB_1 to'g'ri burchakli uchburchakni qaraymiz:

$|AB_1| = \sqrt{a^2+b^2}$, $|AB| = a$, $|BB_1| = b$.

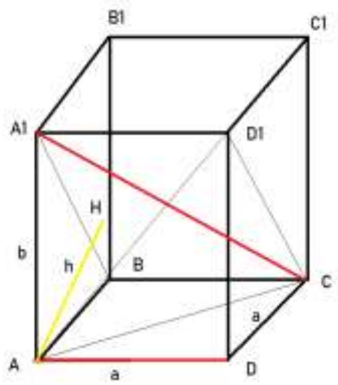
U holda ABB_1 to'g'ri burchakli uchburchakning AB_1 gipotenuzasiga o'tkazilgan h balandlik biz izlayotgan masofaga teng. Ushbu balandlikni quyidagicha topamiz;

$$S_{ABB_1} = \frac{|AB| \cdot |BB_1|}{2} = \frac{h \cdot |AB_1|}{2},$$

$$h = \frac{|AB| \cdot |BB_1|}{|AB_1|}, \quad h = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Demak, AB_1va BC to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa $h = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ga teng.

3-masala. Asosining tomoni a ga, balandligi b ga teng bo'lgan asosi kvadratdan iborat $ABCDA_1B_1C_1D_1$to'g'ri prizma berilgan. A_1C va AD to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani toping.



3-rasm.

Yechimi. Ma'lumki, $AD||BC$. Demak, $AD||(A_1D_1BC)$, bunda (A_1D_1BC) yozuv A_1D_1BC tekislikni bildiradi. Demak, A_1C va AD to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa A nuqtadan (A_1D_1BC) tekislikkacha bo'lgan masofaga teng.

Endi $|AH| = h$ ni topish uchun AA_1D_1CB piramidani qaraymiz. U holda h masofa piramidaning A uchidan A_1D_1CB asosiga tushirilgan balandlikka teng bo'ladi. Ushbu piramida hajmini ikki xil usulda topamiz(3-rasm). Quyidagi tengliklar o'rinli:

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-6| 2023 Published: |22-06-2023|

$$A_1B = \sqrt{a^2+b^2}, \quad A_1D_1 = a. \qquad S_{A_1D_1CB} = a\sqrt{a^2+b^2}.$$

Dastlab piramida asosini $A_1D_1CB -$ to'g'ri to'rtburchak, balandligini h sifatida qarasak, u holda:

$$V_{AA_1D_1CB} = \frac{1}{3}S_{A_1D_1CB}\cdot h = \frac{ah\sqrt{a^2+b^2}}{3}.$$

So'ngra ushbu piramida hajmi uchun uchun quyidagi tenglikdan foydalanamiz:

$$V_{AA_1D_1CB} = \frac{1}{2}V_{prizma} - V_{D_1ACD}.$$

Demak,

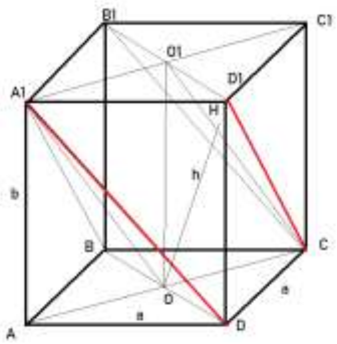
$$V_{AA_1D_1CB} = \frac{1}{2}a^2b - \frac{1}{3}\cdot b\cdot\frac{a^2}{2} = \frac{a^2b}{3}.$$

Yuqoridagi tengliklardan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{a^2b}{3} = \frac{ah\sqrt{a^2+b^2}}{3}, \qquad h = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Demak, A_1C va AD to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa $h = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ga teng.

4-masala. Asosining tomoni a ga, balandligi b ga teng bo'lgan asosi kvadratdan iborat $ABCDA_1B_1C_1D_1$to'g'ri prizma berilgan. A_1D va D_1C to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani toping.



4-rasm.

Yechimi. Ma'lumki, A_1D va D_1C chiziqlar mos ravishda (BDA_1) va (CB_1D_1) tekisliklarda yotadi. Shuningdek,

$$DA_1||CB_1, CD_1||BA_1 \rightarrow (BDA_1)||(CB_1D_1).$$

Ushbu tekisliklar orasidagi masofa, xususan, (BDA_1) tekislikning $O(AC \cap BD)$ nuqtasidan (CB_1D_1) tekislikkacha bo'lgan masofaga teng. (4-rasm).

(OCO_1) va (CB_1D_1) tekisliklar perpendikulyar va CO_1 to'g'ri chiziq bo'ylab kesishadi. Demak,

$$OH \perp CO_1 \rightarrow OH \perp (CB_1D_1),$$

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-6| 2023 Published: |22-06-2023|

$$BD = AC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}, \quad AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

OAA_1 to'g'ri burchakli uchburchakdan quyidagilarni topamiz:

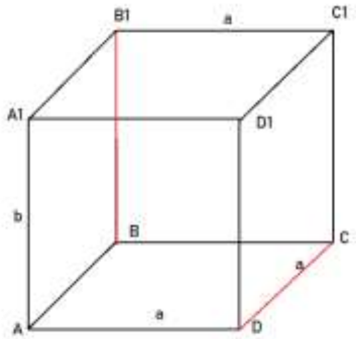
$$A_1O = CO_1 = \sqrt{AA_1^2 + AO^2} = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{2}} = \sqrt{\frac{2b^2 + a^2}{2}}.$$

OHO_1 va COO_1 to'g'ri burchakli uchburchaklar o'xshashligiga ko'ra:

$$\frac{OH}{CO} = \frac{OO_1{}'}{CO_1}, \quad OH = \frac{OO_1 \cdot CO}{CO_1} = \frac{b \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{2b^2 + a^2}{2}}} = \frac{ab}{\sqrt{2b^2 + a^2}}.$$

Demak, A_1D va DC to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa $h = \frac{ab}{\sqrt{a^2+2b^2}}$ ga teng.

5-masala. Asosining tomoni a ga, balandligi b ga teng bo'lgan asosi kvadratdan iborat $ABCDA_1B_1C_1D_1$to'g'ri prizma berilgan. BB_1 va DC to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani toping.



5-rasm.

Yechimi. Ma'lumki, $BB_1||A_1A$, $C_1C||DD_1$. Demak, $(AA_1BB_1)||(DD_1C_1C)$. U holda BB_1 va DC to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa (AA_1BB_1) va (DD_1C_1C) tekisliklar orasidagi masofaga teng(5-rasm). Ushbu masofa esa to'g'ri prizma asosining tomoniga teng ekanligi ma`lum.

Izoh: To'g'ri prizmaning AD va D_1C_1 qirralari orasidagi masofani shu usulda qarasak, bu masofa prizmaning balandligi uzunligiga teng bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Mirzaahmedov M.A., Ismailov Sh.N., Amanov A.Q. Geometriya. II qism. MChJ "Extremum Press", 2017, Tashkent.

2. Pogorolev A.V., Geometriya. 3-nashri. "O'qituvchi" nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent-2005

4. https://shkolkovo.net/

International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-6| 2023 Published: |22-06-2023|

5. Гусятников П.Б., Резниченко С.В. Векторная алгебра в примерах и задачах. — М.: Высшая школа, 1985. — 232 с. Архивная копия от 10 января 2014 на Wayback Machine.

6. Рыжик В.И. О расстоянии вообще и расстоянии между скрещивающимися прямыми в частности. Научно-популярный журнал «Математика для школь-ников», № 1, 2008.