International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-10| 2023 Published: |22-10-2023|

ОБ ОДНОЙ ВДНОЙРЕННО-КРАСВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ОГРАНИЧЕННОМ ЦИЛИНДРЕ.

https://doi.org/10.5281/zenodo.10019263

Толипов Нодиржон Исакович
Тухтасинов Дадахон Фарходович
Ферганский филиал ТУИТ
nodirjontolipov23098@gmail.com

Задача. Требуется найти функцию $U(r,z)$ в области $D=\{(r,z):0\le r<R, 0<z<+\infty\}$, удовлетворяющую условиям:

$$\Delta^2 u(r,z)=0 \ ,(r,z)\in D, \tag{1}$$

$$u(R,z)=\Delta u(R,z)=0, 0<z<+\infty, \tag{2}$$

$$\frac{\partial u(r,b)}{\partial z}=f(r), u(r,b)=0, 0<r<R, \tag{3}$$

$$\lim_{z\to+\infty}\frac{\partial u(r,z)}{\partial z}=0, \lim_{z\to+\infty}u(r,z)=0,\ \ 0<r<R, \tag{4}$$

где, $b>0$, $f(r)$ – задания функция, Δ - оператор Лапласа.

Покажем, что в поставленной задаче не имеет места не прерывная зависимость решения от данных. Действительно, функция

$$u_m(r,z)=\sqrt{\frac{2R}{\pi\mu_m^{(0)}r}}\ J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}r}{R}\right)(z-b)e^{-\frac{\mu_m^{(0)}r}{R}(z-b)} \tag{5}$$

является решением задачи (1)-(4) при

$$f(r)=\sqrt{\frac{2r}{\pi\mu_m^{(0)}}}J_0\left(\frac{\mu_m^{(0)}r}{R}\right);$$

здесь $J_0(\frac{\mu_m^{(0)}}{a}\rho)$ - функция Бесселя нулевого порядка.

Из (5) следует, что для любых констант $0<\varepsilon<1, c>0$ и переменных $r\in(0,R), z\in(0,b)$ можно подобрать такие ε и $m>N$, чтобы выполнялись неравенства

$$\left|u_m(r,b)\right|\le\left|\frac{2R}{\pi\mu_m^{(0)}r}\cos\left(\frac{\pi\mu_m^{(0)}}{R}r-\frac{\pi}{4}\right)\right|<\varepsilon,$$

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-10| 2023 Published: |22-10-2023|

$\left|U_m(r,z)\right| > c > 0.$

Спроведлива следующая теорема, характеризующая устойчивость решения задачи (1)-(5).

Теорема. Если функция $U(r,z)$ удовлетворяет соотношениям

$$\|u(r,0)\|_{L_2(0,R)} \le M \qquad (7)$$

$$\left\|\frac{\partial u(r,b)}{\partial z}\right\|_{L_2(0,R)} \le \varepsilon \qquad (8)$$

То выполняется неравенства

$$\|u(r,z)\|_{L_2(0,R)} \le |z-b|\left(\frac{M}{b}\right)^{1-\frac{z}{b}} \varepsilon^{\frac{z}{b}} \qquad (9)$$

Эта теорема доказывается также, как теорема 2 в [2].

Пусть функция $f(r)$ известна функция

$$f_\delta(r) : \left\| f(r) - f_\delta(r)\right\|_{L_{2(0,R)}} \le \delta$$

Предположим, что задача (1)-(5) поставлена условно – корректно [1] и множество корректности определяется неравенством (7). Возьмем в качества и приближенного решения задачи (1)-(5) функцию

$$u_{n\delta}(r,z) = (z-b)\sum_{m=1}^{n} \bar{a}_n e^{-\frac{\mu_m^{(0)}}{R}(z-b)} \cdot J_0\left(-\frac{\mu_m^{(0)}}{R} r\right),$$

где $\bar{a}_m$ -коэффициенты Фурье функции $f_\delta(r)$.

Оценим разность между точим и приближённым решения или задачи (1)-(5) в метрике пространства $L_{2(0,R)}$.

Аналогично [2], получим

$$\left\|u(r,z) - u_{n\delta}(r,z)\right\|_{L_{(0,R)}} \le \omega(M,n,\delta)\ ; \qquad (10)$$

здесь $$\omega(M,n,\delta) = |z-b|\left[\delta e^{-\frac{\mu_n^{(0)}}{R}(z-b)} + \frac{M}{b} e^{-\frac{\mu_{n+1}^{(0)}}{R} z}\right]$$

При фиксированной точности δ, приближенной данной значение параметра n, при котором достигается $\inf(M,n,\delta)$ будет оптимальным в смысле оценки (10).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Лаврентьев М.М Некорректные задачи для дифференциальных уравнений. – Новосибирск: НГУ, 1981. 75 с.

2. Атаходжаев М.А. Ахмедов З.А. Об одной условно-корректной задаче для бигармонического уравнения // Известия. АН РУз Серия физ-мат. наук , 1980.N 1.с. 3-9.

3. Saidov, M., & Isroilov, S. (2023). TO’RTINCHI TARTIBLI BIR JINSLI BO’LMAGAN TENGLAMA UCHUN ARALASH MASALA. Research and implementation.

4. Nasriddinov, O., Maniyozov, O., & Bozorqulov, A. (2023). XUSUSIY HOSILALI DIFFERENSIAL TENGLAMALARNING UMUMIY YECHIMNI TOPISHNING XARAKTERISTIKALAR USULI. *Research and implementation*.

5. Ergashev, T. G., & Tulakova, Z. R. (2022). The Neumann problem for a multidimensional elliptic equation with several singular coefficients in an infinite domain. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, *43*(1), 199-206.

6. Tolipov, N., Xudoynazarov, Q., & Munavarjonov, S. (2023). ОБ ОДНОЙ НЕКОРРЕКТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ БИГАРМОНИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ПОЛУШАРЕ. Research and implementation.

7. Tolipov, N., Isaxonov, X., & Zunnunov, M. (2023). SHAR TASHQARISIDAGI SOHA UCHUN GARMONIK DAVOM ETTIRISH MASALASI. Research and implementation.

8. Isaqovich, T. N. (2023). Chorak doira tashqarisida bigarmonik tenglama uchun nokorrekt qo ‘yilgan masala. Talqin va tadqiqotlar ilmiy-uslubiy jurnali, 1(18), 73-83.

9. Jo’raeva, D. (2022). BUZILADIGAN ODDIY DIFFERENTSIAL TENGLAMA UCHUN BIRINCHI CHEGARAVIY MASALA. O'ZBEKISTONDA FANLARARO INNOVATSIYALAR VA ILMIY TADQIQOTLAR JURNALI, 2(13), 456-461.

10. Farkhodovich, T. D. (2022). The Problem of Forming Interpersonal Tolerance in Future Teachers. *International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology*, *2*(4), 12-15.

11. Эргашев, Т. Г., & Тулакова, З. Р. (2022). Задача со смешанными граничными условиями для сингулярного эллиптического уравнения в бесконечной области. *Известия высших учебных заведений. Математика*, (7), 58-72.

12. Ergashev, T. G., & Tulakova, Z. R. (2022). A problem with mixed boundary conditions for a singular elliptic equation in an infinite domain. *Russian Mathematics*, *66*(7), 51-63.

13. Bozarov B.I., Shaev A.K. Norm of the error functional for the optimal quadrature formula with cosine weight in the Sobolev space. //Problems of computational and applied mathematics. No. 3/1(50) 20233. pp 167-173.

14. Yusupov, Y. A., Otaqulov, O. H., Ergashev, S. F., & Kuchkarov, A. A. (2021). Automated stand for measuring thermal and energy characteristics of solar parabolic trough concentrators, Appl. *Sol. Energy*, *57*, 216-222.

15. Otaqulov, O. H., Ergashev, S. F., & Yusupov, Y. A. (2020). THE PROGRAM FOR CALCULATING THE DISTRIBUTION OF THE FLUX DENSITY OF CONCENTRATED SOLAR RADIATION IN THE FOCAL PLANE OF A PARABOLIC CYLINDER CONCENTRATOR.*Scientific-technical journal*,*3*(3),62-64.