International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-10| 2023 Published: |22-10-2023|

ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ БИР ЖИНСЛИ БЎЛМАГАН СИНГУЛЯР КОЭФФИЦИЕНТЛИ БИР ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН БОШЛАНҒИЧ МАСАЛА

https://doi.org/10.5281/zenodo.10046561

Д.У.Жўраева
ТАТУ Фарғона филиали

Аннотация

Ушбу мақолада иккинчи тартибли сингуляр коэффициентли бир оддий дифференциал тенглама учун бошланғич масала қўйилган ва тадқиқ этилган. Ушбу масала ечимининг ягоналиги ва мавжудлиги исботланган.

Аннотация

В статье исследована начальная задача для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с сингулярным коэффициентом. Доказана единственность и существование решения рассматриваемой задачи.

Annotation

In the article an initial problem was investigated for second order ordinary differential equation with singular coefficients. The uniqueness and existence of the solution of the considered problem was proved.

Калит сўзлар

бошланғич масала, иккинчи тартибли дифференциал тенглама, сингуляр коэффициент, ягона ечим, ечим мавжудлиги.

Ключевые слова

начальная задача, дифференциальное уравнение второго порядка, сингулярный коэффициент, единственность решения, существование решения.

Keywords

initial problem, second order differential equation with singular coefficients, uniqueness of the solution, existence of the solution.

$D=\{(x,0);\ 0\le x\le p\}$ соҳада

$$y''+\frac{2\gamma}{x}y'+\lambda y=f(x),\qquad x\in(0,p) \tag{1}$$

дифференциал тенгламани ва

$$y(0)=k_1,\qquad \lim_{x\to 0}x^{2\gamma}y'(x)=k_2 \tag{2}$$

International Journal of Education, Social Science & Humanities.
Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-10| 2023 Published: |22-10-2023|

бошланғич шартларни қаноатлантирувчи узлуксиз $y(x)$ функция топилсин. Бу ерда $f(x)$- берилган узлуксиз функция, k_1 ва k_2 берилган ҳақиқий сон.

Теорема. *Агар* $0<\gamma<\frac{1}{2}$, $\lambda>0$, *бўлса, у ҳолда* $\{(1),(2)\}$ *масаланинг ечими мавжуд ва ягона бўлади.*

Исбот. Масала ечимининг ягоналиги. Фараз қиламиз масала иккита $y_1(x)$ ва $y_2(x)$ ечимларга эга бўлсин. Уларнинг айирмасидан тузилган

$$y(x)=y_1(x)-y_2(x) \qquad (3)$$

функция $[0;p]$ сегментда

$$y''+\frac{2\gamma}{x}y'+\lambda y=0, \qquad x\in(0,p) \qquad (1')$$

дифференциал тенгламани ва

$$y(0)=0, \qquad \lim_{x\to 0}x^{2\gamma}y'(x)=0 \qquad (2')$$

бошланғич шартларни қаноатлантиради.

Маълумки, $(1')$ тенгламанинг умумий ечими

$$y(x)=C_1x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+C_2x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right). \qquad (4)$$

кўринишда топилади.

(4) ечимни $(2')$ шартларга бўйсундирамиз. $(2')$ шартларга бўйсундириб $C_2=0$, $C_1=0$ еканлигини топамиз.

Бундан $\{(1'),(2')\}$ бир жинсли масаланинг ечими $y(x)\equiv 0$ бўлишини топамиз. Демак, (3) тенгликка асосан $y_1(x)=y_2(x)$. Бу эса $\{(1),(2)\}$ масаланинг ечими мавжуд бўлса, у ягона бўлишини билдиради.

Масала ечимининг мавжудлиги. $(1')$ тенгламанинг (4) кўринишда топилган умумий ечимини

$$y(x)=C_1(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+C_2(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right) \qquad (5)$$

кўринишда ёзиб оламиз. (5) дан биринчи ва иккинчи тартибли ҳосилаларни ҳисоблаб (1) тенгламага олиб бориб қўйиб, $C_1'(x)$ ва $C_2'(x)$ ларга нисбатан

International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-10| 2023 Published: |22-10-2023|

$$\begin{cases} C_1'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+C_2'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right)=0, \\ C_1'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{-1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+C_2'(x)x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{\gamma+1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right)=\frac{1}{\sqrt{\lambda}}f(x) \end{cases}$$

чизиқли тенгламалар системасига эга бўламиз. Бу ердан $C_1'(x)$ ва $C_2'(x)$ ларни бир қийматли топиб, уларни $[0;x]$ сегментда интеграллаб,

$$C_1(x)=\frac{\pi}{2\cos\gamma\pi}\int_0^x t^{\gamma+1/2}J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}t\right)f(t)dt+C_1$$

$$C_2(x)=\frac{\pi}{2\cos\gamma\pi}\int_0^x t^{\gamma+1/2}J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}t\right)f(t)dt+C_2.$$

ларни топамиз. Буларни (5) га олиб бориб қўйиб, (1) тенгламанинг умумий ечимини ҳосил қиламиз:

$$y(x)=C_1x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+C_2x^{\frac{1}{2}-\gamma}J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+$$

$$+\frac{\pi x^{1/2-\gamma}}{2\cos\gamma\pi}\int_0^x\left[J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}t\right)-J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right)J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}t\right)\right]t^{1/2+\gamma}f(t)dt. \quad (6)$$

(6) ечимни (2) шартларга бўйсиндириб, (1) тенгламанинг (2) шартларини қаноатлантирувчи ечимини

$$y(x)=k_1\Gamma\left(\frac{1}{2}+\gamma\right)\left(\frac{\sqrt{\lambda}x}{2}\right)^{1/2-\gamma}J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+k_2\Gamma\left(\frac{1}{2}-\gamma\right)\left(\frac{2x}{\sqrt{\lambda}}\right)^{1/2-\gamma}J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)+$$

$$+\frac{\pi x^{1/2-\gamma}}{2\cos\gamma\pi}\int_0^x\left[J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}x\right)J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}t\right)-J_{\gamma-1/2}\left(\sqrt{\lambda}x\right)J_{1/2-\gamma}\left(\sqrt{\lambda}t\right)\right]t^{1/2+\gamma}f(t)dt$$

кўринишда топамиз. Теорема тўла исбот бўлди.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР:

1. Ж.Н.Ватсон. Теория бесселовых функции. Т. 1.-М.: Iz-vo IL, 1949. -798 с.
2. Н.Лебедов. Специальные функции и их приложения. -Москва, 1963. -359 с.
3. А.Қ.Ўринов. Махсус функциялар ва махсус операторлар. -Фарғона 2012 й. -112 б.
4. Маниёзов, О. (2023, October). ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ПРИ РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО

УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

5. Маниёзов, О. (2023, October). НЕТРАДИЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ПРИМЕРОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

6. Маниёзов, О. (2023, October). РАСШИРЕНИЕ ФУНКЦИЙ В MATLAB. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".. Сатволдиев, И. (2023, October). Расчет основных параметров приемников оптического излучения для создания оптрона открытого канала. In Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions".

7. Сатволдиев, И. А. (2023). Применение современных лазерных диодов для создания оптрона открытого канала. International journal of advanced research in education, technology and management, 2(10).

8. Rahimov, N. R., ZHmud, V. A., Trushin, V. A., Reva, I. L., & Satvoldiev, I. A. (2015). Optoelectronic Measurement and Control of Technological Parameters of Crude Oil and Petroleum Products. Automatics & Software Enginery, (2), 12.

9. Рахимов, Н. Р., & Сатволдиев, И. А. (2010). Применение современных лазерных диодов для создания оптрона открытого канала. Интерэкспо Гео-Сибирь, 5(1), 67-70.

10. Толипов, Н. (2023, October). Изучение применения комплексных чисел в технике и технологиях с использованием maple и mathcad. In *Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions"*.

11. Толипов, Н. (2023, October). Педагогические методы и технологии в обучении математике. In *Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions"*.

12. Толипов, Н. (2023, October). Направления, которые играют ключевую роль в повышении рейтинга высшего образования. In *Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions"*.

13. Насриддинов, О. У. (2023, October). Численное решение дифференциальных уравнений в maple методом рунге-кутты. In *Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions"*.

14. Насриддинов, О. (2023, October). Решение физической задачи с дифференциальным уравнением в программе maple. In *Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions"*.

International Journal of Education, Social Science & Humanities. Finland Academic Research Science Publishers
ISSN: 2945-4492 (online) | (SJIF) = 7.502 Impact factor
Volume-11| Issue-10| 2023 Published: |22-10-2023|

15. Насриддинов, О. (2023, October). Исследование аналитических и численных решений дифференциальных уравнений в символьном пакете maple. In *Conference on Digital Innovation:" Modern Problems and Solutions"*.

16. Saidov, M. (2023). Aralash parabolik tenglama uchun integral shartli masala. *Research and implementation*, *1*(6), 62-67.

17. Saidov, M. (2023). Aralash tipdagi tenglama uchun bitta siljishli masala yechimining yagonaligi haqida. *Research and implementation*, *1*(5), 37-40.

18. Saidov, M. (2023). Normal shakllar. mukammal normal shakllar. *Research and implementation*.